

文章编号: 1000-7598 (2010) 09-2951-07

# 开挖模拟在数值流形方法中的实现

焦 健<sup>1</sup>, 乔春生<sup>1</sup>, 徐干成<sup>2</sup>

(1. 北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044; 2. 空军工程设计研究局, 北京 100068)

**摘 要:** 针对数值流形方法特有的覆盖剖分方式, 提出了一种模拟岩土工程中开挖过程的算法。该算法采取某种措施, 在覆盖剖分过程中将开挖面视为特殊的不连续面, 这种不连续面将其所在的数学网格剖分成不同的流形单元, 但却不对所在的数学覆盖作剖分。这样, 开挖面两侧虽分属不同的流形单元, 但开挖面两侧同一数学网格内的流形单元却具有相同的物理覆盖。采用该算法, 无需对开挖面处的单元进行特殊处理, 可在整个分析域采用统一的网格形式; 同时, 打破了原有数值流形方法的限制, 将开挖面的位置完全当作连续介质来处理, 避免了因将其视为不连续面而产生的误差。验证了算法的可靠性后, 将其应用于某假想隧道的开挖模拟, 计算结果表明该算法具有一定的应用前景。

**关 键 词:** 数值流形方法; 覆盖剖分; 开挖模拟; 开挖释放荷载

中图分类号: O 176

文献标识码: A

## Simulation of excavation in numerical manifold method

JIAO Jian<sup>1</sup>, QIAO Chun-sheng<sup>1</sup>, XU Gan-cheng<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044 China;

2. Design and Research Bureau of Air Force Engineering, Beijing 100068, China)

**Abstract:** An algorithm that can simulate the excavation problem in numerical manifold method (NMM) is proposed according to the special cover system of NMM. In this algorithm, the excavation face is considered as a special kind of discontinuity that divides the mesh it crosses into different elements but doesn't divide the mathematical cover it crosses. Such manner ensures that the elements on both sides of the excavation face are independent while the elements in the same mesh still have the same physical covers. So the algorithm retains the advantage of NMM that a uniform mesh can be competent to any geometrical conditions, and break the limitation of NMM that the excavation face must be treated as real discontinuity, which will result in unavoidable error. After being verified, the algorithm was used in an excavation simulation of a tunnel; and the results prove that the algorithm has a wide range of application.

**Key words:** numerical manifold method; forming of cover system; simulation of excavation; excavating released loads

## 1 引 言

数值流形方法是石根华博士于 20 世纪 90 年代提出的一种用于材料变形分析的数值分析方法<sup>[1]</sup>。它起源于非连续变形分析, 同时融入了现代数学流形分析中采用的有限覆盖技术, 以数学覆盖、物理覆盖为基础, 具备能够统一处理连续与非连续变形问题的能力。在模拟节理变形特性、几何大位移、动静交叉问题等方面有着独到的优势, 已成为岩土工程数值分析领域的主要工具之一, 很多相关研究工作围绕其展开。董志宏等<sup>[2]</sup>研究了端部锚固锚杆

在数值流形中的模拟方法, 并计算了锚固岩体的开挖问题。Lin Jeen-Shang<sup>[3]</sup>发展了一种结合了强度等效和变形等效理论的数值流形方法, 将其应用于节理岩体的模拟。魏高峰等<sup>[4]</sup>基于 Wilson 非协调元理论, 推导了附加非协调位移基本项的流形元通用公式, 建立了非协调数值流形方法。姜清辉等<sup>[5]</sup>在四面体有限单元覆盖的三维数值流形方法的基础上, 建立了高阶三维数值流形方法, 有效地提高了三维数值流形方法的计算精度。

对于岩土工程中常见的开挖问题的数值流形模拟还不多见。文献[2]对开挖模拟作了简化处理, 假

收稿日期: 2009-04-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50478061)。

第一作者简介: 焦健, 男, 1981 年生, 博士研究生, 主要从事岩石力学数值模拟方面的研究工作。E-mail: 05115250@bjtu.edu.cn

设开挖在瞬时完成, 难免会因为与物理实际不相符而产生一定误差。文献[6]更进了一步, 实现了对开挖卸荷作用的模拟, 该文假设开挖面在开挖前为不连续面, 可将在覆盖剖分的过程中将开挖部分与剩余部分截然分开, 开挖时将开挖面以内的流形单元设为空单元即可。然而, 大多数情况下开挖前开挖部分与周围土体是作为连续体而存在的, 假设开挖面为不连续面的做法也具有一定局限性。文献[7]中, 开挖面对流形单元划分没有影响, 虽然保证了材料体在开挖面处的连续性, 却因为部分单元会横跨开挖面两侧, 给释放荷载的计算和施加增添了相当的麻烦。

针对数值流形方法中覆盖剖分的特点, 本文提出了一种数值流形方法中模拟开挖问题的算法, 可以真实地反映实际的物理现象, 且算法简单, 容易实现。用于验证的算例表明, 该算法具有一定的应用前景。

## 2 有限覆盖系统

数值流形方法有分开且独立的数学网格和物理网格: 数学网格只定义近似解的精度, 它由覆盖整个材料体的许多有限重叠区域所组成; 而物理网格, 定义其积分区域, 包括材料体的边界、裂缝、块体和不同材料区域的交接面。

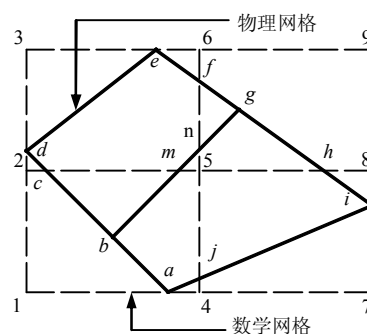
基于不同形式的数学网格, 数学覆盖的定义方式也有所不同。目前的研究中多采用有限元网格或规则的格子作为数学网格。如果考虑网格上任一节点, 含有这一节点的所有数学网格的并集便定义为一个数学覆盖。

物理覆盖是由数学覆盖和物理网格组成。如果裂缝或块体边界把一个数学覆盖分成两个或更多的完全不连续的区域, 这些区域(位于材料内部的区域)便分别定义为独立的物理覆盖。因此, 物理覆盖是物理网格对数学覆盖的再剖分<sup>[8]</sup>。

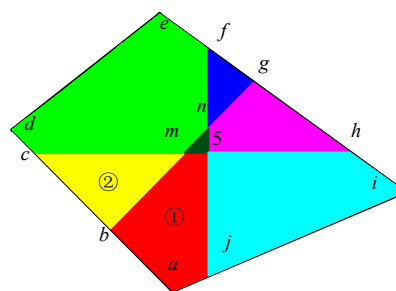
若干个物理覆盖的交集定义为流形单元。特别地, 当采用三角形网格作为数学网格时, 流形单元为所在数学网格 3 个节点对应的物理覆盖的交集; 采用四边形网格时, 流形单元为所在数学网格 4 个节点对应的物理覆盖的交集。

本文采用了能够覆盖全部材料区域的矩形网格作为数学网格, 以图 1 为例说明覆盖系统的剖分原理。图 1(a) 中, 数学网格节点用数字表示。按照前面所述覆盖定义方式, 每个节点对应形成一个数学覆盖, 数学覆盖在物理网格的再剖分下形成物理覆盖。以数学网格 1-2-5-4 的 4 个节点为例, 其各自

的数学覆盖和物理覆盖见表 1。



(a) 数学网格和物理网格



(b) 流形单元

图 1 覆盖系统  
Fig.1 Cover system

表 1 节点的数学覆盖和物理覆盖

Table 1 Mathematical cover and physical cover of the node on the mathematical mesh

| 编号 | 覆盖系统            |                                                |
|----|-----------------|------------------------------------------------|
|    | 数学覆盖            | 物理覆盖                                           |
| 1  | 1-2-5-4         | 1A: $b-c-m$<br>1B: $a-b-m-5-j$                 |
| 2  | 1-2-3-6-5-4     | 2A: $b-c-d-e-f-n-m$<br>2B: $a-b-m-n-5-j$       |
| 5  | 1-2-3-6-9-8-7-4 | 5A: $b-c-d-e-f-g-n-m$<br>5B: $a-b-m-n-g-h-i-j$ |
| 4  | 1-2-5-8-7       | 4A: $b-c-m$<br>4B: $a-b-m-5-h-i-j$             |

在覆盖剖分过程中, 位于材料以外的数学网格将被裁剪掉, 最终形成如图 1(b)所示的流形单元划分, 不同颜色的区域即为不同的流形单元。

如前所述, 采用矩形数学网格时每个流形单元是 4 个物理覆盖的交集。图 1(b)中的单元①、②均位于数学网格 1-2-5-4 中, 它们是由这 4 个节点的物理覆盖剖分而成。又因为单元①、②位于裂缝  $b-m-n-g$  两侧, 构成它们的物理覆盖必定完全不同, 才能满足位移函数在这两个单元之间不连续的要求。观察分析 4 个节点的物理覆盖与单元①、②的包含关系发现, 单元①是 1B、2B、5B、4B 4 个物

理覆盖的交集, 单元②是 1A、2A、5A、4A 4 个物理覆盖的交集。这便分别是构成这两个单元的物理覆盖。

### 3 模拟开挖的数值流形算法

土方开挖是岩土工程中常见的施工形式, 如在基坑、边坡、隧道等工程中, 开挖都起着控制性的作用。利用数值模拟工具对开挖进行有效的模拟, 可以提供变形、位移、应力等参考指标, 成为施工方案评价、比选的依据。

#### 3.1 数值流形方法模拟开挖的可能性和局限性

模拟开挖的关键在于使开挖面上的应力完全解除, 成为应力自由面。广泛采用的做法是求出开挖部分土体在开挖前所形成的节点力, 给开挖面上的节点作用与此相反的节点荷载<sup>[9]</sup>。有限元方法中, 需要在前处理时对开挖面两侧的单元分别设置, 令开挖面恰为单元的边界, 以便通过计算单元边界上的应力分布或直接计算单元节点的等效节点力, 从而得到开挖面上的开挖释放荷载。

数值流形方法因其两套网络的设置, 可以对复杂的材料边界采用统一的数学网格, 无需在裂缝、材料交界面等不连续面处做特殊的网格划分。按照覆盖的定义, 不连续面作为物理网格自动将其两侧的部分划分为不同的流形单元。如能利用数值流形方法的这一特点, 将开挖面视为不连续面, 则无需像有限元一样, 在开挖面处再进行额外复杂的网格划分, 可以在一定程度上简化前处理的工作。但如果简单把开挖面作为不连续面处理, 如同图 1 中的例子, 开挖面两侧的流形单元将完全分属不同的物理覆盖, 开挖面处的位移因此变成是不连续的。虽然按照数值流形方法的要求, 不连续面处将设置接触弹簧, 而开挖前的计算也将能够保证弹簧处于锁定状态; 但接触弹簧只是限制了接触面上有限个点的位置不发生嵌入, 这与实际的物理情况还是有很大差别的。

因此, 实现数值流形方法对开挖的真实模拟, 要在覆盖剖分过程中对开挖面作特别的处理。

#### 3.2 模拟开挖的覆盖剖分过程

一般地认为, 流形单元的形成是一个从上至下的过程, 即按照“数学覆盖—物理覆盖—流形单元”顺序依次生成。但这只是为了表明各个概念间的关系而采取的定义方式, 在编程实现覆盖剖分时, 也不一定按照这样的顺序。蔡永昌、朱合华<sup>[10]</sup>提出的覆盖剖分算法便是按照“流形单元—数学覆盖—物理覆盖”的顺序完成的覆盖剖分工作。基于这样的

思路, 便可以实现开挖面剖分出流形单元却不剖分出物理覆盖的目的。其步骤为

①根据开挖步的不同, 将材料划分为若干个 Group, 令每个 Group 都有闭合的边界。仍以图 1 为例 (与之不同的是, 这里假设边  $b-g$  不再是裂缝, 而是一个开挖面), 四边形区域  $b-d-e-g$  为将要开挖掉的部分, 令其为 Group1, 余下的四边形区域  $a-b-g-i$  为 Group2。

②搜索找到每个 Group 之间的公共边, 并加以记录, 这些边即为开挖面。如图 1 中的边  $b-g$ 。

③对数学网格和物理网格进行几何运算, 找到每一个闭合的最小区域。如果该区域位于材料内部, 即为一个流形单元; 位于材料外部, 则将其裁剪掉。最终得到如图 1(b)所示的流形单元划分。

④按照文献<sup>[10]</sup>中对数据结构的设计, 每个流形单元记录了其所属数学网格的 4 个节点。据此, 便可以得到每个数学网格节点所涉及到的流形单元, 这些流形单元的并集即为该节点对应的数学覆盖 (从定义来讲, 位于材料外部的网格部分也属于数学覆盖, 但将其忽略对求解没有任何影响)。如图 1 中的节点 2, 按照上述步骤可得到它的数学覆盖是五边形区域  $a-d-e-f-j$ 。

⑤针对每一个数学覆盖, 搜索在其面积范围内是否存在物理网格, 如果有物理网格将该数学覆盖划分成若干个独立闭合区域, 每一个区域即为一个物理覆盖。但如果该物理网格属于前面已经记录过的开挖面, 则忽略其对数学覆盖的剖分。仍以图 1(a)中节点 2 为例, 在其数学覆盖范围内存在物理网格  $b-n$ 。如果  $b-n$  为材料中的不连续面, 则节点 2 的数学覆盖  $a-d-e-f-j$  被剖分成四边形  $a-b-n-j$  和五边形  $b-d-e-f-n$  两个物理覆盖; 而如果  $b-n$  属于开挖面, 则不对节点 2 的数学覆盖作剖分, 即节点 2 只存在一个物理覆盖, 且与其数学覆盖区域是一致的。

⑥利用计算机几何算法, 判断每个流形单元位于哪 4 个物理覆盖中, 即为其所属物理覆盖。

假设图 1 中的物理网格  $b-g$  为开挖面而非不连续面后, 系统的流形单元划分不发生变化。而因为  $b-g$  没有对各个数学覆盖作剖分, 所得到的物理覆盖系统将与不存在  $b-g$  时的情况相同, 这样就自然地消除了位移在  $b-g$  处不连续的现象。

下面说明这种“令开挖面剖分流形单元却不剖分数学覆盖”的做法, 为何能保证开挖前开挖面两侧位移的连续性。

在矩形数学网格的条件下, 流形单元的权函数采用的是有限元矩形网格 4 个顶点对应的形函数, 即

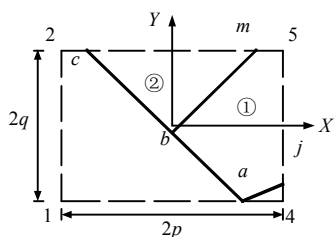
$$N_i = \frac{1}{4} \left( 1 + \xi_i \frac{x}{p} \right) \left( 1 + \eta_i \frac{y}{q} \right) \quad (1)$$

式中:  $x$ 、 $y$  为单元所在数学网格内的局部坐标, 其他符号意义见文献[11]。流形单元上的位移函数可表达为

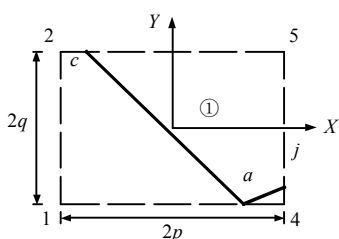
$$\begin{cases} u(x, y) \\ v(x, y) \end{cases} = \begin{cases} \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) u_{e(i)} \\ \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) v_{e(i)} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $u_{e(i)}$ 、 $v_{e(i)}$  为第  $i$  个物理覆盖对应的覆盖函数。

以图 1 中的流形单元①、②为例, 局部放大如图 2(a) 所示。位于开挖面两侧的流形单元①、②同属于一个数学网格 1-2-5-4, 它们的物理覆盖均对应这 4 个节点。因开挖面  $b-g$  未对任何数学覆盖作剖分, 每个节点都只有一个物理覆盖, 所以单元①、②的物理覆盖相同, 都是节点 1、2、5、4 对应的唯一的物理覆盖。因此, 这两个单元具有相同的覆盖函数; 而其权函数又都是在数学网格 1-2-5-4 的局部坐标系内定义的, 则参考式 (2) 可知, 两个单元的位移函数在其交界位置  $b-m$  处是完全连续的。



(a) 存在开挖面



(b) 不存在开挖面

图 2 有无开挖面的对比

Fig.2 Comparison of element between continuum and discontinuum

由于单元的刚度矩阵、惯性力矩阵等项都是在数学网格的局部坐标系内计算得到, 图 2(a) 所示材料被分成两个单元时, 单元①、②对总刚度矩阵等项的贡献, 与图 2(b) 所示不存在开挖面只有一个单元时单元①对各矩阵的贡献是相同的。

若干个算例也直接证明, 在结构及荷载情况相同的条件下, 引入开挖面与不存在开挖面, 在开挖

前所进行的计算, 其结果是完全相同的, 说明所述用于开挖的覆盖剖分过程是可行的。

### 3.3 地层界面及不同参数地层的处理

当模拟的岩土体内包括物理参数不同的多种地层时, 可以将数值流形方法原有的接触理论同上一节提出的 Group 概念结合起来运用, 便能有效地实现预期的功能。

不同地层之间的界面, 由于其两侧是力学性质不同的岩土体, 加之地层界面本身的填充条件各异, 因此, 在定义材料的物理网格时, 就应将其作为不连续面来输入。至于对不同地层的参数赋值, 则可以在前处理时预先定义不同的 Group, 并对每个 Group 分别定义物理参数即可。

值得注意的是, 第 3.2 节所述连续体问题中曾假设不同 Group 的公共边为开挖面, 因此, 忽略其对数学覆盖的剖分。而在本节中, 如果按照地层属性的不同来定义 Group, 那么地层界面也将会成为不同 Group 的公共边。这种情况下, 其对数学覆盖的剖分是绝不能忽略的。在进行前节所述步骤⑤的判断时需格外注意: 根据记录的所有开挖面和不连续面信息, 如果某条边只属于开挖面, 那么便将其按照开挖面处理, 剖分流形单元, 不剖分数学覆盖。如果某条边既是开挖面又是不连续面, 那么需将其按不连续面处理, 对流形单元和数学覆盖均作剖分, 并设置接触弹簧, 计算中进行接触状态的判断和迭代。

### 3.4 开挖释放荷载的计算和施加

开挖释放荷载的计算采用与有限元相同的方法<sup>[11]</sup>, 即

$$F = \sum_{i=1}^M \int_{V_i} \mathbf{B}^T \sigma_0 dV - \sum_{i=1}^M \int_{V_i} \mathbf{N}^T f dV - \sum_{i=1}^M \int_{S_i} \mathbf{N}^T \bar{p} ds \quad (3)$$

式中:  $M$  为挖掉的单元个数;  $\sigma_0$  为开挖区的初始应力场;  $f$  为体力;  $\bar{p}$  为面力, 式中其他矩阵的意义见文献[12]。施加释放荷载进行计算前, 将位于开挖区内的单元的物理参数及接触弹簧的刚度系数均降低 3 个数量级, 以消除其对整个系统的影响。

但释放荷载的施加与有限元的做法并不完全相同。有限元中, 按照式 (3) 计算得到的释放荷载将施加在开挖面各个节点上。而数值流形方法中并不强节点的概念, 与有限元节点对应的概念是物理覆盖, 因此释放荷载将施加在对应的物理覆盖上。

用一个简单的开挖模拟解释这一不同, 如图 3 所示, 假设重度为  $\gamma$  的结构在自重作用下平衡后, 要挖掉上半部分。

采用两个单元的有限元计算时,根据式(3)计算可得释放荷载将施加在节点3、4上,且荷载值均为:  $F_x = 0$ ,  $F_y = 0.5\gamma ab$ 。

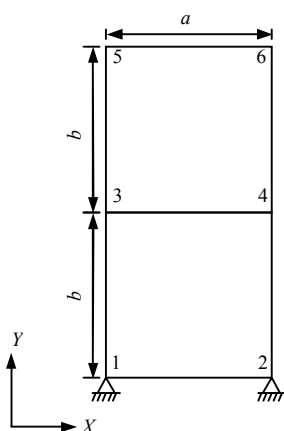


图3 结构简图  
Fig.3 Structure sketch

采用数值流形方法计算,当数学网格为  $1 \times 2$  或  $1 \times 1$  时,都将得到图3所示的两个单元。采用  $1 \times 2$  的网格时,数学网格将把系统划分为两个单元,开挖面3-4因与数学网格线重合对覆盖剖分没有任何影响。此时的计算与上述有限元计算实质上是一样的。

在实际问题中,开挖面与网格线重合的几率很小,开挖面位于网格中才是一般的情况。采用  $1 \times 1$  的网格,便能体现出这种一般性。此时,只存在1、5、6、2这4个数学网格节点和它们对应的4个物理覆盖,是开挖面3-4将系统划分为上下两个流形单元,且如同在2.2节中已阐明过的,这两个单元具有相同的物理覆盖。开挖掉上面的单元后,通过式(3)计算得到的释放荷载为

$$\left. \begin{aligned} F_{1x} = F_{5x} = F_{6x} = F_{2x} &= 0 \\ F_{1y} = F_{5y} = F_{6y} = F_{2y} &= 0.25\gamma ab \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:数字下标代表物理覆盖。可见,释放荷载将施加在4个物理覆盖上。这与数值流形方法对作用在结构上集中荷载的处理方式恰好一致,即当系统只存在4个节点1、5、6、2对应的4个物理覆盖时,假设在节点3、4的位置处均施加  $F_y = 0.5\gamma ab$  的力,根据数值流形方法的计算公式,荷载将分配到上述4个物理覆盖上,各荷载项的值与式(4)相同。

对比有限元和数值流形方法,释放荷载施加的形式似乎不同,然而其本质却是相同的,即都是将

释放荷载施加在开挖面两侧单元共有的广义自由度上。

## 4 算例分析

### 4.1 二维弹性无限体的计算

作为对本文方法的检验,计算一个二维弹性无限体中挖除圆形孔洞的问题,与解析方法得到的结果对比。

计算模型受  $p = -10$  MPa 的双向等压作用,材料的弹性模量和泊松比为:  $E = 10$  GPa,  $\mu = 0.25$ 。开挖前,圆孔周围局部的位移分布如图4所示,挖掉中心圆孔后,局部主应力分布如图5所示。

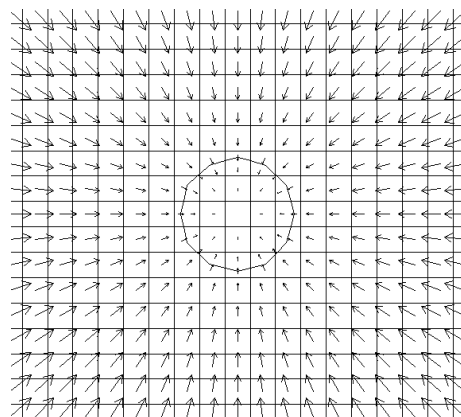


图4 开挖前位移矢量图  
Fig.4 Displacement vector before excavation

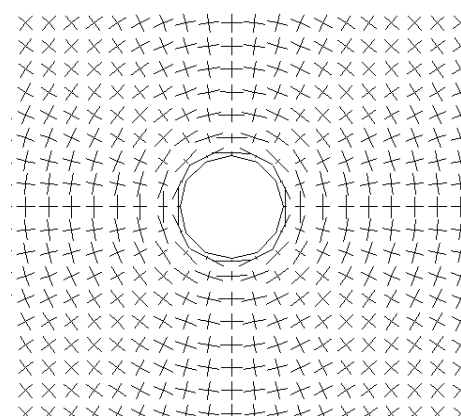


图5 挖掉圆孔后主应力分布  
Fig.5 Principle stress distribution after excavation

表2给出了3个具有代表性的点的径向应力、切向应力和径向位移的计算结果与理论值,表中  $R$  为圆孔半径,  $r$  为点到圆心的距离更多样本点表明,数值计算结果能够达到一定的精度,且随着  $r$  的增大逐渐趋近于理论解。

表 2 数值解与理论解

Table 2 Computed result and analytical result

| 点的位置        | 理论解                        | 数值解     |
|-------------|----------------------------|---------|
| $A(r=R)$    | $\sigma_r/\text{MPa}$      | 0       |
|             | $\sigma_\theta/\text{MPa}$ | -20.0   |
|             | $u_r/\text{m}$             | 0.062 5 |
| $B(r=1.1R)$ | $\sigma_r/\text{MPa}$      | -1.74   |
|             | $\sigma_\theta/\text{MPa}$ | -18.26  |
|             | $u_r/\text{m}$             | 0.056 8 |
| $C(r=3R)$   | $\sigma_r/\text{MPa}$      | -8.89   |
|             | $\sigma_\theta/\text{MPa}$ | -11.11  |
|             | $u_r/\text{m}$             | 0.020 8 |
|             |                            | 0.020 4 |

#### 4.2 隧道开挖模拟

下面的算例中包含了两种不同地层。Zone1 的力学参数  $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ ，弹性模量  $E = 20.0 \text{ GPa}$ ，泊松比  $\mu = 0.30$ 。Zone2 的力学参数  $\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$ ，弹性模量  $E = 13 \text{ GPa}$ ，泊松比  $\mu = 0.2$ ，同时，假定隧道开挖面与地层界面相交，如图 6 所示。为了定义不同的地层参数以及开挖部分，需将整个分析域划分为 4 个 Group。图中的 G1、G2 部分被赋予 Zone1 的地层参数，G3、G4 被赋予 Zone2 的地层参数。G2 和 G3 为将要开挖掉的部分。对这几个 Group 的公共边，按照第 2 节所述方法进行判断，地层界面和开挖面采取相应不同的处理方法，其中，地层界面的物理参数取为摩擦角  $\varphi = 30^\circ$ ，黏聚力  $c = 100 \text{ kPa}$ ；开挖面只剖分流形单元，不剖分数学覆盖。

模型的左、右边界施加横向的约束，底部施加固定端约束，按平面应变假设计算。

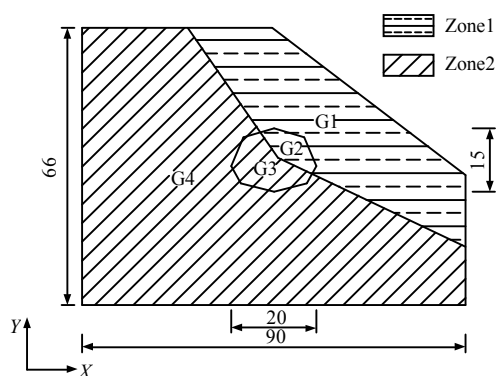


图 6 隧道模型 (单位: m)  
Fig.6 Tunnel model (unit: m)

开挖前，模型在自重作用下形成初始应力场图 7 所示为  $\sigma_{yy}$  的分布云图。由图可见，由于土体重度不同，Zone 1 内部的应力梯度小于 Zone 2，且应力值在其相交的地层界面处发生突变。反观隧道开挖面两侧，则没有出现不连续的现象，开挖部分与剩

余部分完全按照连续体的特性发生变形。

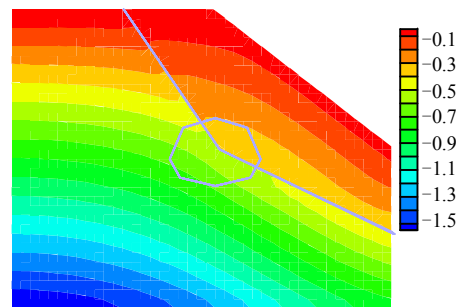
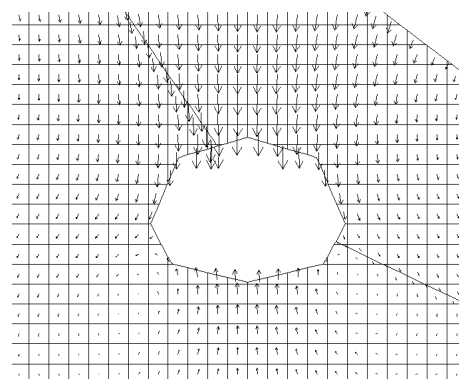
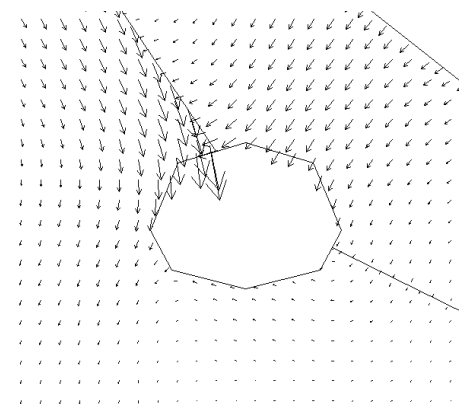


图 7 土体内应力分布 (单位: MPa)  
Fig.7 Contours of  $\sigma_{yy}$  (unit: MPa)

随后，在两种不同条件下进行了开挖计算，即保持原地层界面参数和令地层界面参数  $\varphi = c = 0$  两种情况。在原地层界面参数的条件下，隧道开挖后局部的位移矢量如图 8 (a) 所示，可以观察到拱顶下沉和底板上翘等常规现象，且由于地层界面未发生剪切破坏，界面两侧的位移趋势是一致的。



(a) 原地层界面参数



(b) 地层界面参数为零

图 8 开挖后位移矢量图  
Fig.8 Displacement vector after excavation

地层界面参数为 0 的条件下，位移矢量如图 8(b)所示 (位移放大倍数与图 8(a)相同)。Zone1 内

的拱顶位移方向近似平行于地层界面, 而 Zone 2 的位移更趋近垂直于外部的土体坡面。这是由于隧道上部的地层界面在释放荷载作用下发生剪切破坏, 地层界面失去了切向的约束, 因而 Zone1 土体沿着地层面发生了较大的位移; 同样因为失去了切向约束, Zone2 土体不能再与 Zone1 协调变形, 而只受到右上侧开挖面上的释放荷载对其向隧道内部的拉力作用, 所以出现了如图所示的位移趋势。

## 5 结 论

(1) 视开挖面为特殊的不连续面, 令其剖分流形单元却不剖分数学覆盖, 可以实现数值流形方法对开挖的模拟。这种方法无需对开挖部分单独定义数学网格, 开挖面自动剖分两侧单元, 同时又能保证开挖面两侧在开挖前完全按照连续体的特性发生变形。将本文所述开挖模拟方法与数值流形方法的接触理论相结合, 便可以处理包含多种地层条件特别是包含不连续变形的工程问题。

(2) 由于两套网格的复杂设置, 与其他数值方法的离散过程相比, 数值流形方法的覆盖剖分过程难免需要更高的时间成本。对于求解域内应力梯度均匀的问题, 数值流形方法采用的单纯形积分令其计算结果较同等网格条件下的有限元计算结果更高。但对于应力集中现象明显的问题, 均匀的网格设置则造成了部分区域计算精度不必要的浪费和部分区域计算精度的不足。

## 参 考 文 献

- [1] SHI Gen-hua. Manifold method[C]//Proceedings of the 1st International Forum on Discontinuous Deformation Analysis and Simulation of Discontinuous Deformation Media. California: TSI Press, 1996: 52—204.
- [2] 董志宏, 郭爱清, 丁秀丽. 数值流形方法中的锚固支护模拟及初步应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(20): 3754—3760.  
DONG Zhi-hong, WU Ai-qing, DING Xiu-li. Rockbolts simulation by numerical manifold method and its preliminary application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(20): 3754—3760.
- [3] LIN J S, KU C Y. Two-scale modeling of jointed rock masses[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2005, 43(2006): 426—436.
- [4] 魏高峰, 冯伟. Wilson 非协调数值流形方法[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 189—192.  
WEI Gao-feng, FENG Wei. Wilson incompatible numerical manifold method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(2): 189—192.
- [5] 姜清辉, 邓书申, 周创兵. 三维高阶数值流形方法研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(9): 1471—1474.  
JIANG Qing-hui, DENG Shu-shen, ZHOU Chuang-bing. Study of three-dimensional high-order numerical manifold method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(9): 1471—1474.
- [6] KU C Y. Modeling of jointed rock mass based on the numerical manifold method[D]. USA: University of Pittsburgh, 2001.
- [7] 朱爱军. 数值流形方法研究及其在岩土工程中的应用[D]. 重庆: 重庆大学, 2005.
- [8] 裴觉民. 数值流形方法与非连续变形分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(3): 279—292.  
PEI Jue-min. Numerical manifold method and discontinuous deformation analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1997, 16(3): 279—292.
- [9] 钱家欢, 殷宗泽. 土工数值分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1991.
- [10] 蔡永昌, 朱合华, 夏才初. 流形方法覆盖系统自动生成算法[J]. 同济大学学报, 2004, 32(5): 585—590.  
CAI Yong-chang, ZHU He-hua, XIA Cai-chu. Automatically forming of cover system in numerical manifold method[J]. **Journal of Tongji University**, 2004, 32(5): 585—590.
- [11] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [12] 郑宏, 葛修润. 关于岩土工程有限元分析中的若干问题[J]. 岩土力学, 1995, 16(3): 7—11.  
ZHENG Hong, GE Xiu-run, GU. Some problems in FEA for geotechnical engineering[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1996, 16(3): 7—11.